მიხეილ ნოდიას გეოფიზიკის ინსტიტუტის შრომები, ტ. LXII, 2010
Transactions of Mikheil Nodia Institute of Geophysics, vol. LXII, 2010
Труды Института геофизики им. М. Нодиа, т. LXII, 2010

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТРАНСФОРМАЦИИ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ПОЛЕЙ

Миндели П.Ш.

Институт геофизики им. М.З. Нодиа, 0193, Тбилиси, ул. М. Алексидзе 1

Трансформации аномалии силы тяжести – осреднение, сглаживание, пересчет их некоторые другие функции - вошли в практику обработки и интерпретации гравитационн данных с тем, чтобы разобраться, какие именно элементы, особенности, детали содерж наблюдаемое распределение аномалии.

Сопоставляя изменение аномалии от точки к точке, можно выявить детали поля, связанн с местными особенностями геологического строения, наряду с такими составляющи аномалии, которые изменяются более постепенно и характеризуют крупные структу литосферы [3,4,5].

Наблюдаемые аномалии Буге отражают особенности строения и мощности осадочного сл земной коры, ее гранито-метаморфического слоя (кристаллического фундамента), а так глубинного строения земной коры и верхней мантии. Влияние каждого из перечисленн геологических факторов вносит свой вклад в наблюдаемую аномалию. В свою очере гравитационный эффект, созданный некоторым фактором, например эффект комплек осадочных пород или кристаллического фундамента, можно еще подразделить н составляющие.

Поскольку в наблюдаемых аномалиях отражения отдельных особенностей строени наложены друг на друга, делаются попытки так преобразовать исходное распределени аномалии, чтобы подчеркнуть одни особенности и ослабить, либо исключить други особенности.

Таким образом, перед исследователем ставится весьма актуальная и сложная задача – задач выделения из наблюдаемой аномалии отдельных аномалий т.е. трансформаций поля.

К числу важнейших трансформаций гравитационных полей и наиболее широк употребляющимся относятся: аналитическое продолжение в верхнее и нижне полупространство, вычесление вертикальных производных и горизонтального градиента.

Выделение региональной составляющей гравитационного поля путем пересчет наблюдаемого распределения гравитационных аномалий в верхнее полупространство основан на том, что влияние сравнительно некрупных, но резко выраженных плотностны неоднородностей, которые ассоциируются с местными геологическими особенностями, быстр ослабевает по мере удаления от них. Гравитационное влияние масс, распределенных в вид слабо изогнутых или горизонтальных слоев, а также влияние масс, сконцентрированных н большой глубине, при пересчетах вверх убывают очень медленно. Таким образом, посл пересчета получают естественно обобщенную, лишенную мелких деталей, картину то распределения, которое было установлено на поверхности наблюдений.

Нами предлагается усовершенствованный метод пересчета силы тяжести во внешне полупространство и вычисление высших производных потенциала силы тяжести. Кратк коснемся вопроса общего аналитического выражения трансформации потенциальных полей Согласно работе М.А. Алексидзе, М.С. Гелашвили, К.М. Картвелишвили [1] многи практические задачи геофизики приводятся к вычислению интеграла вида

$$u(m_1) = \int_G K(m, m_1) u(m) ds_m \qquad (1)$$

где $u(m_1)$ - трансформированная аномалия, $u(m)$ - наблюдаемая аномалия, $K(m,m_1)$ - ядро преобразования, G – область задания исходной аномалии (бесконечная плоскость t=0). квадратурная формула, служащая для приближенного вычисления интеграла – может быть представлена в виде

$$\int_G K(m,m_1)u(m)ds_m = \sum_K A_k(m_1)u(m_k) \tag{2}$$

Реализация этой формулы осуществляется следующим образом: путем интерполяции находят значения $u(m_k)$ в точках определенным образом расположенных на плоскости Z=o, умножают на коэффициенты $A_к$ – и алгебраически суммируют.

Не остановливаясь на подробностях теоретических выкладок дадим окончательные выражения погрешности пересчета интеграла (1) для различных кубатурных формул.

Для формулы прямоугольников

$$|\varepsilon| \le \frac{\ell_1\ell_2}{16\pi z^4}\omega(h_1^2+h_2^2) \tag{3}$$

Для формулы трапеции

$$|\varepsilon| \le \frac{\ell_1\ell_2}{8\pi z^4}\omega(h_1^2+h_2^2) \tag{4}$$

Здесь ℓ_1 и ℓ_2 стороны прямоугольного участка, с которых пересчитывается значение V_z. h_1 и h_2 - шаг интегрирования, Z – высота пересчета, ω - максимальное значение аномалии на заданном участке.

Исходя из формул (3) и (4) можно найти то значение высоты пересчета Z, при котором обеспечивается желаемая точность при фиксированных значениях h_1 и h_2.

Для формулы прямоугольника

$$Z \ge \frac{1}{2}\sqrt[4]{\frac{\ell_1\ell_2\omega(h_1^2+h_2^2)}{\pi\varepsilon}} \tag{5}$$

Для формулы трапеции

$$Z \ge \frac{1}{2}\sqrt[4]{\frac{\ell_1\ell_2\omega(h_1^2+h_2^2)}{8\pi\varepsilon}} \tag{6}$$

Можно поставить задачу и таким образом: какое должно быть расстояние h между пунктами наблюдения на Земле, чтобы пересчитывая поле на высоту Z км, допустить погрешность ε. В этом случае для формулы прямоугольников и трапеции при $h_1=h_2=h$ получаем

$$h \le 2Z^2\sqrt{\frac{2\pi\varepsilon}{\ell_1\ell_2\omega}} \quad \text{и} \quad h \le 2Z^2\sqrt{\frac{\pi\varepsilon}{\ell_1\ell_2\omega}} \tag{7}$$

Выведенные оценки были проверены на физической модели. В качестве аномальной массы берется сфера параметрами R=3км, $\sigma = 1$ г/см^3, глубина погружения сферы 3км. В тех же точках для сравнения были вычеслены теоретические значения.

Таблица 1

Высота пересчета, км	0,25	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	6,0	12,0	24,0
Теоретическое значение	80,5	71,4	47,2	37,3	30,2	24,1	21,0	9,4	3,4	1,03
Приближение по формуле прямоуг.	7,26	13,1	22,2	33,2	24,2	21,4	19,3	9,2	3,6	1.01
Приближение по формуле трапеции	856,1	216,0	60,7	33,0	23,9	19,2	16,5	8,1	3,3	0,93

Как видно из таблицы 1, наибольшие расхождения между теоретической и приближенной значениями получается для малых высот пересчета и уменьшается с увеличением высоты пересчета.

Для пересчета аномалии силы тяжести в верхнее полупространство возникает задача установления такого оптимального радиуса интегрирования R, при котором погрешность вычисления трансформат не будет превосходить наперед заданного значения ε.

В каждом конкретном случае радиус интегрирования, в зависимости от точности пересчета может иметь вполне определенное значение, зависящее в основном от характера пересчитываемого поля.

Разработанная методика используется для установления области интегрирования при пересчетах аномалии силы тяжести в верхнее полупрастранство для территории Кавказа. Так как на исследуемом регионе высота рельефа достигает 5км, то оценку области интегрирования целесообразно начать с этой высоты. Максимальная высота, для которой оценивается радиус интегрирования, равна 150км.

Пересчеты осуществлены для высот от 5 до150км. и для каждой высоты установлены радиусы пересчета. В зависимости от желаемой точности пересчета, радиуса разные. Так например значение радиуса интегрирования когда желаемая точность $\varepsilon = 2$ мГл оказалось: при Z=5км, радиус пересчета равен 70км, при Z=50км - 210км и при Z=150км – 320км.

Помимо пересчета в верхнее полупространство, немаловажную практическую значимость имеет трансформирование наблюденной аномалии в высшие производные потенциала силы тяжести. Эти элементы гравитационного поля позволяют решить практически и теоретически важные задачи.

Для вычисления высших производных потенциала силы тяжести применяются разные методы, так например, метод сведения редукции силы тяжести к решению внутренних граничных задач, трансформация силы тяжести в высшие производные методом точечных источников, вычисление второй вертикальной производной потенциала силы тяжести на основе формул М.С. Молоденского и др.

В основе метода вычисления высших производных потенциала силы тяжести методом сведения редукции силы тяжести к решению внутренних граничных задач лежит разработанная М.А. Алексидзе [1,2] методика редукции силы тяжести, что заключается к сведению редукции силы тяжести к решению внутренних граничных задач.

Преимуществом такой постановки редукционной проблемы, как отмечает автор, является то, что к решению внутренних граничных задач можно применять наиболее мощный, универсальный метод конечных разностей и задачу редукции силы тяжести формулирует следующим образом:

Если на поверхности Г земли известны значения силы тяжести $\gamma(s)$, то для нахождения силы тяжести $\gamma(m)$ вне земли необходимо решить следующую граничную задачу Дирихле

$$\Delta\gamma = \frac{\partial^2\gamma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\gamma}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\gamma}{\partial z^2} = 0 \quad \text{в области T}$$

$$\gamma / r = \gamma(s)$$

Пусть требуется найти в ограниченной области $T_1 \in T$ с границей Γ_1 решение внешней задачи Дирихле с точностью ε .

Для метода конечных разностей, как и для большинства других приближенных методов решения граничных задач, необходимо свести ε решение внешней задачи к решению какой-либо внутренней задачи для области T_2, включающей в себя область T_1.

В работе оценивается размер области T_1, для которой ε решение внешней задачи сводится к решению внутренней задачи Дирихле в области T_2 и дается соотношение размеров областей T_1 и T_2 для получения ε решения внешней задачи.

Предложенный метод редукции силы тяжести дает возможность вычислить высшие производные потенциала сила тяжести.

Для уверенной интерпретации гравиметрических данных необходимо выявить всю имеющуюся в них геологическую информацию. Наряду с другими элементами гравитационного поля, позволяющими решать специфические геологические задачи, определенный интерес представляет изучение векторного поля горизонтального градиента силы тяжести.

Ниже приводится модифицированная методика вычисления горизонтального градиента силы тяжести.

Пусть выбрана система координат с началом в точке $M(x_i, y_i)$ в которой вычисляется горизонтальный градиент силы тяжести. С этой целью, как правило, используется значение вертикальных составляющих силы тяжести:

$$V_z(x_{i-1} - y_1),\quad V_z(x_{i+1} - y_1),\quad V_z(x_1, y_{i+1}),\quad V_z(x_i, y_{i-1})$$

Оцениваются соответствующие проекции градиента в данной точке

$$V_{xz} = [V_z(x_{i+1}, y_i) - V_z(x_{i-1}, y_i)]/2h_1 \tag{8}$$

$$V_{yz} = [V_z(x_i, y_{i+1}) - V_z(x_i, y_{i-1})]/2h_2$$

где $h_1 + h_2$ - шаг сетки вдоль ох и оу соответственно, в нашем случае $h_1 = h_2$.

Как известно, модуль градиента скалярного поля и равен наибольшей производной по направлению ℓ в данной точке, т.е.

$$\max\frac{\partial u}{\partial e} = |gradu| = \sqrt{(\frac{\partial u}{\partial x^2})^2 + (\frac{\partial u}{\partial y})^2}$$

Это главное инвариантное свойства градиента в нашем случае находит практическое применение.

Производные $\frac{\partial u}{\partial x}$ и $\frac{\partial u}{\partial y}$ мы оцениваем, заменяя их отношениями конечных разностей. В этом случае на точность оценок влияет структура поля в окрестности исследуемой точки.

Для достижения наибольшей точности оценок близость исследуемых точек желательна, но очевидно, что из-за характера изменчивости поля при заданной близости точек в отдельных случаях наилучшие точности могут достигаться поворотом осей координат на 45°, хотя при этом шаг сетки увеличивается в №2 раз.

В данном случае предлагается, что шаг сетки настолько мал, что изменчивость поля на растояние порядка одного шага мало отличается от линейной.

При повороте осей координат составляющие градиента нами оцениваются по формулам:

$$V^1_{x,z} = [V_z(x_{i+1}, y_{i+1}) - V_z(x_{i+1}, y_{i-1})]/2\sqrt{2}h \tag{9}$$

$$V^1_{y,z} = [V_z(x_{i-1}, y_{i+1}) - V_z(x_{i+1}, y_{i-1})]/2\sqrt{2}h$$

Следовательно, с помощью конечных разностей оцениваются составляющие градиента в данной точке двумя способами, по формулам (8) и (9), т.е. без поворота и с поворотом осей координат. Оценки, полученные по формулам (9), проектируются на прежние оси координат, после чего сравниваются модули этих двух оценок и затем выбираются наибольшие из них.

Нами по вышеприведенной методике составлена схема векторного поля горизонтального градиента силы тяжести для территории Кавказа.

В заключение отметим, что любая трансформация гравитационных аномалий выполняется на основе определенных предпосылок. Наиболее естественное предположение, которым задаются при трансформациях, состоит в том, что порядок интенсивности и размеров аномалий силы тяжести соответствует порядку геологических структур.

Литература

1. М.А. Алексидзе, К.М. Картвелишвили. Исследование некоторых вопросов трансформации потенциальных полей. Тбилиси. Мецниереба. 1971.

2. М.А. Алексидзе. Сведение редукции силы тяжести к решению в нутренних гранитных задач. Изв. АНСССР. Сер. физика Земли №4. 1965.
3. Б.А. Андреев. Расчеты пространственного распределения потенциальных полей и их использование в разведочной геофизике. Изв. АН СССР. Сер. геофиз. №1. 1964.
4. И.А. Белабушевич. Высшие производные потенциала силы тяжести и возможность их использования в геологической гравиметрии. Изд. АН УССР. Киев. 1973.
5. Б.К. Балавадзе, П.Ш. Миндели. Трансформированное поле аномалии силы тяжести бассейна черного моря. Сооб. АН ГССР. 69. №1. 1983.

პოტენციალური ველების ტრანსფორმაციის ზოგიერთი საკითხი

მინდელი პ.

რეზიუმე

მოცემულია სიმძიმის ძალის ზემო ნახევარსივრცეში გადათვლის მეთოდიკა. კუბატურული ფორმულებისათვის შეფასებულია გრავიტაციული ველის გადათვლის ცდომილება. მიღებულია სხვადასხვა სიმაღლეზე ველის გადათვლისათვის საჭირო რადიუსებისათვის გამოსათვლელი ფორმულები.

განხილულია მეთოდი სიმძიმის ძალის მაღალი წარმოებულების გამოთვლისათვის.

კავკასიის ტერიტორიისათვის შედგენილია სიმძიმის ძალის ჰორიზონტალური გრადიენტის განაწილების სქემა.

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТРАНСФОРМАЦИИ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ПОЛЕЙ

Миндели П.Ш.

Реферат

Дана методика пересчета аномалии силы тяжести в верхнее полупространство и оценка погрешности пересчета для кубатурных формул.

Рассмотрена методика вычисления высших производных потенциала силы тяжести.

Для Кавказского региона составлена схема распределения горизонтального градиента силы тяжести.

CONSERVATIVE ISSUE OF POTENTIAL FIELDS TRANSFORMATION

Mindeli P.

Abstract

Plural methods of calculating gravity in upper hemi-space is given. For cubic formulation error of gravity calculation is estimated. Calculating formulas for radiuses needed for field calculation at different heights are received.

The method for calculation of high derivatives of gravity is discussed.

For Caucasian territory redistribution scheme of gravity horizontal gradient is made.