მიხეილ ნოდიას სახ. გეოფიზიკის ინსტიტუტის შრომები, ტ.LXVII, 2017
Transactions of Mikheil Nodia Institute of Geophizics, vol. LXVII, 2017
Труды Института геофизики им.М.Нодиа, т.LXVII, 2017

Приложения теорий дислокаций в исследованиях скачкообразных деформационных процессов, происходящих в Земле.

Картвелишвили К.З.

Грузия; Тбилиси; Институт геофизики Им. М.З. Нодиа ТГУ И. Джавахишвили

В исследовании механизма очагов сильных землетрясений и изучении связанных с ними деформационных процессов, протекающих в земной коре, важное место занимает определение полей смещений, деформаций и наклонов поверхности Земли до и после момента землетрясения вокруг эпицентра в зоне, не подвергшему разрушениям. Информацию об этих процессах можно получить на основе измерений остаточных наклонов, смещений и деформаций поверхности Земли, зарегистрированных соответственно высокочувствительными приливоизмерительными наклономерами, гравиметрами и экстензометрами.

Количественная оценка остаточных наклонов и деформаций, вызванных сильными землетрясениями, важна для определения смещения на разломе и размеров очагов этих землетрясений. Разломные разрушения могут возникнуть даже при небольших землетрясениях, но, как правило, вероятность наблюдения их проявлений на поверхности Земли возрастает по мере увеличения магнитуды землетрясения.

В настоящее время для количественной оценки остаточных полей смещения и напряжения используется упругая теория дислокации. Методы упругой теорий дислокации значительно обогатили и расширили исследования разломов. Приложения теории дислокации к изучению механизма очагов крупных землетрясений позволили глубже разобраться в динамике разломов и возникновении землетрясений.

Эквивалентность сил и дислокации позволяет получить формулу для сейсмического момента дислокации, осредненной поперек разлома. Изучая очаг, можно оценить энергию высвобождаемой при образовании длинной полосообразной трещины и с ее помощью оценить полную энергию сейсмического события.

Оказалось, что параметры очага, найденные на основе данных об излучении сейсмических волн по сейсмическому моменту, хорошо согласуются с той информацией, которая может быть получена по наблюдениям в макросейсмическом поле. Это позволяет предположить, что использование дислокационной модели генерирующего разлома важно для описания землетрясений.

Следует заметить также, что многолетние наблюдения наклонов и деформаций поверхности Земли, проводимые на малых эпицентральных расстояниях, указывают на наличие определенных помех, искажающих исходные экспериментальные данные. Локальный характер этих наблюдений создает трудности в изучении региональных деформационных процессов протекающих в земной коре и осложняет правильную геофизическую интерпретацию полученных материалов .

Состояние вопроса. Исследование механизма и параметров очага землетрясения является одной из важнейших проблем сейсмологии. В этом исследовании наряду с сейсмологическими методами важное место занимают и методы изучения наклонов, деформаций и смещений поверхности Земли.

Известно, что исследования деформаций и наклонов поверхности Земли дополняют результаты геодезических работ, которые носят прерывистый характер. Экстензометры и наклономеры позволяют вести непрерывные наблюдения за движениями поверхности Земли и этим заполняют пробелы в данных геодезических измерений. В первую очередь эти наблюдения необходимы для изучения тектонических движений и выявления деформационных процессов, предваряющих и сопутствующих землетрясениям.

Как показывают длительные наблюдения за движениями земной коры, имеются аномалии, не связанные с подготовкой землетрясений. Одной из основных причин этих аномалий является наличие метеорологических возмущающих факторов (изменения давления, температуры и др.), вызывающих деформации поверхности Земли, которые носят различный характер – могут быть периодическими и непериодическими, иметь локальный или региональный характер. Кроме того, колебания атмосферного давления и температуры оказывают прямое воздействие на сами приливорегистрирующие приборы.

Величина деформации горных пород, вызываемая метеорологическими вариациями, зависит от реологии, рельефа местности и других факторов.

Экспериментальные исследования механизма воздействия метеорологических факторов все еще недостаточны. В связи с этим для выделения полезного сигнала на фоне метеопомех необходимо иметь синхронные наблюдения наклонов и деформаций поверхности Земли и вариации метеофакторов.

Несмотря на хорошее качественное согласие данных, полученных по геодезическим измерениям, с одной стороны, и по наклономерным и по экстензометрическим наблюдениями, с другой, между ними имеется некоторое количественное несоответствие. Такая несогласованность может быть вызвано влиянием локальных неоднородностей, геологическими и топографическими особенностями местности вблизи станций наблюдений.

Важным результатом, полученным из анализа непрерывных наблюдений над наклонами и деформациями, явилось открытие мигрирующих движений земной коры. Впервые это явление было обнаружено при анализе записей, полученных на станциях в районе Канто (Япония) с помощью водотрубных наклономеров. Примеры такого же рода известны по данным групп станций в округе Тохоку (Япония) и в Перу. Отмечается, что причиной этих медленных движений с периодом 5,3 – 5,8 лет, могут быть нерегулярные движения тектонических плит, либо скольжения вдоль границ плит, связанных с очагами землетрясений (Kasahara K., 1979). Считается, что миграция движений земной коры имеет отношение к процессу подготовки землетрясений (Касахара К. 1985).

В 1958 г. Стекети (Steketee J. A., 1958) опубликовал работу, в которой для определения остаточных полей смещений и напряжений земной поверхности при землетрясениях использовал теорию дислокации. Эта теория в свое время была создана для нужд кристаллофизики и металловедения. Стекети решил уравнение Вольтера для бесконечной, однородной и упругой среды, изменив подход к теории дислокации для решения этой проблемы. Если в кристаллофизике рассматривались только дискретные дислокации, то в работах Стекети исследовались уже непрерывные дислокации.

Маруяма (Maruyama T., 1964) рассмотрел упругие дислокации в бесконечном однородном пространстве и полупространстве, их возникновение и структуру, а также поля смещений, генерируемые возникновением этих дислокаций. Им была создана теоретическая объемная модель разлома со скольжением (slip), основываясь на геофизических приложениях упругой теории дислокации. Маруяма проинтегрировал уравнение Вольтера в стационарном виде в случае бесконечного однородного пространства, что сводится к определению и интегрированию функции Грина для однородного бесконечного пространства. Используя полученные при этом результаты, он определил и проинтегрировал функцию Грина для однородного полупространства, ограниченного плоскостью.

А. В. Введенская (1956) определила поля смещений объемных волн землетрясений с использованием уравнений упругой теории дислокации. Она рассмотрела нестационарную задачу, в которой регистрируемое поле смещений зависело от времени и получила выражения полей смещений при конечных мгновенных дислокациях.

Пресс (Press F., 1965) исследовал остаточные наклоны, деформаций и смещения, вызванные возникновением поверхности дислокации в очаге при сильных землетрясениях и наблюдаемые на телесейсмических расстояниях. Пресс рассмотрел теоретическую модель разлома, основываясь на выводах упругой теории дислокации. Рассмотренная модель разлома имела форму вертикального прямоугольника. Были рассмотрены два случая: в первом подвижка на разломе предполагалась по простиранию (strike – slip), а во втором – по падению (dip – slip). Были получены соотношения между результатами наблюдений (наклоны, деформаций, смещения) и параметрами дислокационной поверхности (линейные размеры, подвижки на разломе).

Чиннери (Chinnery M. A., 1961,1963) получил формулы, описывающие поля смещений, вызванные вертикальной дислокационной поверхностью с подвижкой по падению (dip – slip). Для интегрирования уравнения Вольтерра он, следуя работам Стекети, определил функцию Грина для однородного полупространства и с использованием вектора Галеркина провел интегрирование. Он рассмотрел модели нескольких сильных землетрясений с использованием методов упругой теории дислокации.

Мансинха и Смайли (Mansinha L., Smylie D. E., 1971) создали более общую теоретическую модель разлома по сравнению с моделью Пресса. В этой модели ориентация поверхности дислокации произвольна. Они получили выражения для определения полей смещений поверхности Земли при скольжении по падению (dip – slip) и по простиранию (strike – slip) на поверхности дислокации и построили несколько моделей разломов для реальных землетрясений с использованием этих выражений.

Озава (Ozava I., 1965) провел наблюдения над резкими скачками деформаций и наклонов поверхности Земли, вызванных сильными землетрясениями. На основе этих наблюдений он определил упругую энергию, выделенную при нескольких, сильных землетрясениях и получил выражение, определяющее радиус зоны с центром в гипоцентре землетрясения, подвергшегося разрушениям.

Чиннери (Chinnery M. A., 1969) сделал попытку получить зависимость между энергией землетрясения и параметрами очага: длина, глубина, подвижка на поверхности разлома в очаге. Он на основе наблюденных данных вывел эмпирическое соотношение, определяющее зависимость между магнитудой землетрясения и параметрами очага.

При решении уравнения Вольтерра важное значение имеет определение системы сил, вызвавших поле остаточных смещений на поверхности Земли, так как при знании этой системы сил значительно упрощается определение функций Грина. Несколькими авторами была сделана попытка определить эту систему сил.

Маруяма (Maruyama T., 1963, 1972) доказал, что существует эквивалентность между возникновением поверхности упругой дислокации Волтерра-Вейнгартена и воздействием некоторой системы двойных пар сил с моментами, распределенных соответствующим образом в очаге землетрясения. Он получил выражения, показывающие, что в случае движущихся дислокаций мы имеем дело с перемещением системы двойных пар сил с моментами, что существенно упрощает решение уравнения Вольтерра.

Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц (1965) дали строгое математическое доказательство эквивалентности возникновения поверхности дислокации в очаге землетрясения и системы двойных пар сил с моментами, распределенных по всей поверхности этой дислокации.

Многими авторами использовалась теория дислокации для создания модели разлома, на котором произошло землетрясение. Существует множество сообщений о регистрации остаточных наклонов и деформаций поверхности Земли, связанных с землетрясениями.

Озава (Ozava I., 1965) рассмотрел несколько землетрясений, происшедших в Японии и сделал попытку классифицировать скачкообразные наклоны и деформаций поверхности Земли, вызванные этими землетрясениями.

Чиннери (Chinnery M. A., 1961) создал дислокационную модель для следующих землетрясений: Танго (1927), северного Иду (1930) и Сан-Франциско (1908).

Кинг и Кнопов (King Chi-Yu, Knopoff L., 1968) рассмотрели записи скачкообразных деформаций и напряжений для 42-х землетрясений с целью классифицировать эти скачки и установить зависимость между энергией землетрясений и параметрами разломов, на которых произошли эти землетрясения.

Таким образом, имеется определенный круг вопросов, решение которых может оказать существенную помощь в понимании процессов, происходящих в земной коре, которые, так или иначе, связаны с явлениями, сопутствующих землетрясениям.

Основные соотношения, связывающие остаточные поля с параметрами очага. Количественная оценка остаточных полей смещений, деформаций и наклонов поверхности Земли, вызываемых сильными землетрясениями, имеет важное значение для определения параметров очага землетрясений (протяженность разлома, на котором произошло землетрясение, его ориентация, глубина, величина подвижки на разломе и др.). В настоящее время для этой оценки используются методы упругой теории дислокаций. Подход упругой теории дислокации в задаче определения параметров очага землетрясения предполагает, что разлом, на котором произошло землетрясение, представляет собой дислокационную поверхность огромных размеров.

Дислокационная поверхность – это поверхность, на которой нарушается непрерывность смещений. Дислокационная поверхность возникает в коре Земли при разрушениях в горных породах и создает остаточные поля смещений, деформаций и наклонов поверхности Земли в области, расположенной вокруг него.

Как известно, поле смещений, вызванное возникновением сдвиговой дислокационной поверхностью, эквивалентно полю смещений, сгенерированному системой двойных пар сил с моментами, распределенными по всей поверхности дислокации (Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц 1965, Maruyama T. 1972). Используя эту эквивалентность, можно получить выражения, определяющие поля смещений, деформаций и наклонов поверхности Земли, вызванные возникновением поверхности упругой сдвиговой дислокации в очаге землетрясений.

Допустим, что в однородном, упругом, бесконечном пространстве имеется поверхность упругой сдвиговой дислокации $\sum$, на которой расположена точка $P(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$. Допустим также, что υ_1 представляет собой нормаль к поверхности дислокации $\sum$ в точке P, и смещение на поверхности дислокации в точке P равно:

$$\Delta u_k(P) = u_k^+ - u_k^-, \qquad (1)$$

где u_k^+ и u_k^- - смещения правой и левой поверхностей дислокации соответственно по отношению к их начальному расположению. Обозначим элемент поверхности $\sum$ через $d\sum$. Теперь, в том случае, когда дислокационная поверхность располагается в однородном бесконечном пространстве, можно написать выражение для полей смещений вне дислокации в точках $Q(x_1, x_2, x_3)$. Поле смещений в точке Q, вызванное возникновением поверхности упругой сдвиговой дислокации, для которой удовлетворяются следующие равенства:

$$\Delta u_k(P) = u_k^+ - u_k^- = b_k + \Omega_{kj}\xi_j \text{ и } \Omega_{ij} = -\Omega_{ji} \qquad (2)$$

Для всех точек $P \in \sum$, т. е. эта поверхность представляет собой дислокацию типа Вольтера-Вейнгартена, может быть записана в следующем виде (Volterra v., 1907, Steketee J. A., 1958, Maruyama T., 1964):

$$u_m(Q) = \iint_{\sum} \Delta u_k(P) T_{kl}^m(P,Q) \upsilon_l(P) d\sum, \qquad (3)$$

где $T_{kl}^{m}(P,Q)$ представляет собой kl компоненту тензора напряжения в точке P, вызванного единичной силой направления m, приложенной в точке Q.

Единичная точечная сила F_m, приложенная в точке Q, создает в точке P поля смещений и напряжений, найти которые необходимо для того, чтобы интегрировать уравнение (3), которое называется уравнением Вольтера.

Как известно (Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. 1965), сила F_m, приложенная в точке Q в бесконечном однородном пространстве создает поле смещений, которое записывается следующим образом:

$$u_k^m(P,Q) = \frac{1}{4\pi\mu}\left(\delta_{km} r_{,nn} - \frac{\lambda+\mu}{2(\lambda+2\mu)} r_{,mk}\right), \tag{4}$$

где

$$r_{,mk} = -r^{,mk} = \frac{\partial^2 r}{\partial\xi_m \partial\xi_k},$$

$$r = ((x_1-\xi_1)^2 + (x_2-\xi_2)^2 + (x_3-\xi_3)^2)^{\frac{1}{2}}.$$

Известно, что напряжение можно выразить через смещение следующим образом:

$$T_{kl}^m = \lambda\delta_{kl} u_{n,n}^m + \mu\left(u_{k,l}^m + u_{l,k}^m\right) \tag{5}$$

Выражение для определения поля напряжений, сгенерированного возникновением поверхности упругой сдвиговой дислокации, используя аналогию с уравнением (3), можно записать следующим образом:

$$\tau_{mn}(Q) = \iint\limits_{\Sigma} \Delta u_k(P) G_{kl}^{mn}(P,Q)\upsilon_l(P)d\Sigma, \tag{3'}$$

где

$$G_{kl}^{mn}(P,Q) = \lambda\delta_{mn} T_{i,i}^{ke} + \mu\left(T_{kl}^{m,n} + T_{kl}^{n,m}\right). \tag{5'}$$

Если использовать равенство (4) для исключения U_k^m и его производных из уравнений (5) и (5'), то можно получить следующие выражения (Maruyama T., 1964):

$$T_{kl}^m(P,Q) = \frac{1}{4\pi}\left[(1-\alpha)\left(-\delta_{kl}\frac{r^m}{r^3} + \delta_{ml}\frac{r^k}{r^3} + \delta_{mk}\frac{r^l}{r^3}\right) + 3\alpha\frac{r_m r_l r_k}{r^5}\right], \tag{6}$$

$$G_{kl}^{mn}(P,Q) = \frac{\mu}{4\pi}[-2(2-3\alpha)\delta_{kl}\delta_{mn}\frac{1}{r^3} + 2(1-\alpha)(\delta_{km}\delta_{ln} + \delta_{lm}\delta_{kn})\frac{1}{r^3} +$$

$$+6(1-\alpha)(\delta_{kl} r_m r_n + \delta_{mn} r_l r_k)\frac{1}{r^5} -$$

$$-3(1-2\alpha)(\delta_{km} r_l r_n + \delta_{lm} r_k r_n + \delta_{kn} r_l r_m + \delta_{ln} r_k r_m)\frac{1}{r^5} - 30\alpha\frac{r_k r_l r_m r_n}{r^7}], \tag{6'}$$

где

$$r_k = x_k - \xi_k \text{ и } \alpha = \frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu} \quad (\lambda,\ \mu \text{ - параметры Ламэ}).$$

$T_{kl}^m(P,Q)$ и $G_{kl}^{mn}(P,Q)$ представляют собой функции Грина для неограниченной, однородной, упругой среды.

Смещение $U_{k,e}^m$ можно выразить следующей формулой (Maruyama T., 1964):

$$U_{k,1}^m = \frac{\partial U_k^m}{\partial\xi_1} = \lim_{\Delta\xi_1\to 0}\left[U_k^m(\xi_1+\Delta\xi_1,\xi_2,\xi_3) - U_k^m(\xi_1,\xi_2,\xi_3)\right]\frac{1}{\Delta\xi_1},$$

Когда $\Delta\xi_1 \to 0$ и аналогично для других ξ_k.

Из этого уравнения можно видеть, что изменение смещения в точке Q генерируется неоднородностями, которые возникают при действии пары сил одинаковых величин и противоположных направлений, действующих на расстоянии $\Delta\xi_k$ друг от друга по соседству с точкой P, когда $\Delta\xi_k$ стремится к нулю (Steketee J. A., 1958). Эта пара сил называется ядром напряжений (Love A. E. H., 1927). Когда $k = 1$, $U^m_{k,l}$ соответствует системе сил без моментов, а когда $k \neq 1$, $U^m_{k,l}$ соответствует системе сил с моментами . В случае $k = l$ эта система сил называется A-ядром, а в случае $k \neq l$- B-ядром. Вклад этих ядер в общую сумму смещений $U_m(Q)$ зависит от локальных изменений Δu_k на поверхности дислокации $\sum$ и ориентации этой поверхности. Если мы допустим, что $\sum$ перпендикулярна оси x_3, то имеет место следующее равенство:

$$du_m(Q) = \left(\Delta u_1 T^m_{13} + \Delta u_2 T^m_{23} + \Delta u_3 T^m_{33}\right) d\sum .$$

Δu_1 и Δu_2 в этом случае описывают сдвиг $\sum^+$ по отношению к $\sum^-$, а Δu_3 определяет расстояние между $\sum^+$ и $\sum^-$. Из этого примера можно увидеть, что A-ядра определяют нормальное растяжение, а B-ядрачистый сдвиг.

Для более реального моделирования очага землетрясения нужно решать уравнение Вольтера в случае, когда дислокационная поверхность, генерирующая поле смещений, деформаций и наклонов, расположена в однородном полупространстве, ограниченном плоскостью. Без потери общности можно допустить, что граница полупространства совпадает с плоскостью $x_1 0 x_2$, а ось x_3 направлена во внутрь полупространства. В этом случае при отсутствии поверхностных сил, на тензор напряжении на поверхности полупространства налагаются следующие ограничения:

$$\tau_{13} = \tau_{23} = \tau_{33} = 0 \text{ при } x_3 = 0.$$

Для решения проблемы рассмотрим бесконечную однородную среду, в которой действуют следующие силы (Maruyama T., 1964):

1. Сила F_m, приложенная в точке P;

2. Сила F'_m, симметричная силе F_m относительно плоскости $x_3 = 0$ и приложенная в точке $P'(\xi_1, \xi_2 - \xi_3)$, которая симметрична точке P;

<u>Нормальная нагрузка на поверхности</u> $x_3 = 0$. Нормальная нагрузка на поверхности – это сила, которая на поверхности генерирует напряжение величиной $-2\tau_{33}$ и которая вводится для компенсации напряжений на поверхности полупространства, которые вызваны действием сил 1. и 2. в этом случае тензор Грина имеет следующий вид:

$$W^m_{kl} = w^m_{kl} + \omega^m_{kl}. \qquad (7)$$

В выражении (7) w^m_{kl} соответствует полю смещений, вызванному общим действием сил F_m и F'_m, а ω^m_{kl}- полю смещений, вызванному нормальной нагрузкой на поверхности полупространства. Для простоты вычислений допустим, что $\lambda = \mu$. Тогда $\alpha = \frac{2}{3}$ и из уравнения (6) можно написать:

$$w^m_{kl} = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{1}{3}\left(-\delta_{kl}\left(\frac{R_m}{R^3} + \frac{S_m}{S^3}\right) + \delta_{mk}\left(\frac{R_e}{R^3} + \frac{S_k}{S^3}\right) + \delta_{ml}\left(\frac{R_k}{R^3} + \frac{S_k}{S^3}\right)\right) + 2\left(\frac{R_m R_l R_k}{R^5} + \frac{S_m S_k S_l}{S^5}\right)\right] \qquad (8)$$

где

$$R = |PQ| = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2 + (x_3 - \xi_3)^2},$$

$$S = |P'Q| = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2 + (x_3 + \xi_3)^2},$$
$$s_k = x_k - \xi_k,\ k = 1{,}2,\ s_3 = x_3 + \xi_3,$$
$$r_k = x_k - \xi_k,\ \ k = 1{,}2{,}3.$$

Таким образом, для решения проблемы необходимо найти функцию Грина ω_{ke}^m для нормальной нагрузки на поверхности полупространства. Эта задача называется проблемой Буссинеска.

При отсутствии объемных сил в однородном пространстве уравнение равновесия имеет следующий вид (Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, 1965):

$$(\lambda + \mu)\operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{u} + \mu\nabla^2\vec{u} = 0. \qquad (9)$$

Определим $\vec{u}$ следующим образом:

$$\vec{u} = \left(\nabla^2 - \alpha\operatorname{grad}\operatorname{div}\right)\vec{\Gamma} \qquad (10)$$

Если $\vec{u}$ из уравнения (10) удовлетворяет уравнению (9), то $\vec{\Gamma}(\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3)$ называется вектором Галеркина, который имеет следующее свойство:

$$\nabla^2\nabla^2\vec{\Gamma} = 0. \qquad (11)$$

Для решения проблемы достаточно найти вектор Галеркина для нормальной нагрузки на поверхности.

Вектор Галеркина $\vec{\Gamma}_k^m$, соответствующий полю смещений U_k^m при фиксированном m, имеет следующий вид:

$$\Gamma_k^m = \frac{1}{8\pi\mu}\delta_{km} r. \qquad (12)$$

Отсюда можно получить выражение вектора Галеркина Γ_{ke}^m, соответствующего полю напряжений T_{kl}^m при фиксированных k и l:

$$8\pi\mu\Gamma_{kl}^m = -\lambda\delta_{kl} r^{,m} - \mu\left(\delta_{mk} r^{,l} + \delta_{ml} r^{,k}\right). \qquad (13)$$

Проблема Буссинеска решается с помощью вектора Галеркина $\vec{\Gamma}(0,0,\Gamma)$, Фурье преобразование которого по координатам x_1 и x_2 имеет следующий вид:

$$\Gamma(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{2\pi}\int\int_{-\infty}^{\infty} \vec{\Gamma}(k_1, k_2, x_3)\, l^{i(k_1x_1 + k_2x_2)} dk_1 dk_2,$$

$$\vec{\Gamma}(k_1, k_2, x_3) = \frac{1}{2\pi}\int\int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(x_1, x_2, x_3)\, l^{-i(k_1x_1 + k_2x_2)} dx_1 dx_2. \qquad (14)$$

Когда x_1 и x_2 стремятся к бесконечности, то Фурье преобразование производных функции φ (x_1, x_2, x_3) записывается следующим образом:

$$\overline{\left(\frac{\partial^r\varphi}{\partial x_j^r}\right)} = (ik_j)^r\,\overline{\varphi},\ \text{где}\ \ j = 1{,}2; \qquad (15)$$

Применяя оператор ∇^4 к равенствам (1.2.14) и используя равенство (15), можно получить следующее уравнение:

$$\left(\frac{d^2}{dx_3^2} - k^2\right)^2 \vec{\Gamma} = 0 \qquad (16)$$

с решением:

$$\vec{\Gamma} = (A + Bkx_3)\, l^{-kx_3} + (C + Dkx_3)\, l^{kx_3},$$

где

$$k = \sqrt{k_1^2 + k_2^2}.$$

Из граничных условий на бесконечности мы имеем:

$$C = D = 0,$$

и используя эти условия:

$$\vec{\Gamma} = (A + Bkx_3)l^{-kx_3} \qquad (17)$$

Поле напряжений определяется посредством вектора Галеркина, как:

$$\tau_{kl} = \delta_{kl}\lambda(1-\alpha)\Gamma^{,nn3} + \mu\left(\delta_{3k}\Gamma^{,lnn} + \delta_{3l}\Gamma^{,knn}\right) - 2\alpha\mu\Gamma^{,3kl},$$

Используя (1.2.15), мы имеем следующие уравнения:

$$\vec{\tau}_{31} = \mu(ik_1)\left[(1-2\alpha)\frac{d^2}{dx_3^2} - k^2\right]\vec{\Gamma},$$

$$\vec{\tau}_{32} = \mu(ik_2)\left[(1-2\alpha)\frac{d^2}{dx_3^2} - k^2\right]\vec{\Gamma},$$

$$\vec{\tau}_{33} = \mu\frac{d}{dx_3}\left[\frac{d^2}{dx_3^2} - (1+2\alpha)k^2\right]\vec{\Gamma},$$

Подставляя в эти уравнения выражения (17) и следуя ограничениям $\overline{\tau_{13}} = \overline{\tau_{23}} = 0$, получим (Maruyama T., 1964):

$$A = \left(2 - \frac{1}{\alpha}\right)B,$$

что дает для $\overline{\tau_{33}}$ следующее выражение:

$$\overline{\tau_{33}} = 2\mu\alpha Bk^3(1 - kx_3)l^{-kx_3}.$$

Если обозначить распределение нормальной нагрузки на поверхности $x_3 = 0$ через

$$P(x_1, x_2) = -2G_{kl}^{33}(x_1, x_2, 0)$$

и Фурье преобразование от P, обозначить через $\overline{P}$ то выражение, определяющее B, примет следующий вид:

$$B(k_1, k_2) = \frac{1}{2\alpha k^3}\frac{\overline{P}(k_1, k_2)}{\mu}.$$

Решение проблемы получается с помощью вектора Галеркина, Фурье преобразование которого записывается следующим образом:

$$\overline{\Gamma} = \frac{1}{2\alpha}\frac{\overline{P}}{\mu}\left[\left(2 - \frac{1}{\alpha}\right)k^{-3} + x_3k^{-2}\right]l^{-kx_3}. \qquad (18)$$

Используя уравнение (13), можно написать выражения для компонент вектора Галеркина, определяющего поле смещений на поверхности $x_3 = 0$, вызванное точечным единичными силами F_m и $F_m^{'}$, действующими в точках P и P'. Но эти выражения не всегда пригодны для вычислений (Maruyama T., 1964).

Как известно, нормальная нагрузка на поверхности $x_3 = 0$ записывается следующим образом:

$$P_{kl}(x_1, x_2) = -2G_{kl}^{33}(x_1, x_2, 0),$$

для всех k и l. Из (6) мы можем определить $G_{kl}^{33}(x_1, x_2, 0)$ и после этого написать выражения для определения $P_{kl}(x_1, x_2)$:

$$P_{11} = \frac{\mu}{\pi}\left[(2-3\alpha)\frac{1}{\rho^3} - 3(1-\alpha)\frac{x_1^2+\xi_3^2}{\rho^5} + 15\alpha\frac{x_1^2\xi_3^2}{\rho^7}\right],$$

$$P_{22} = \frac{\mu}{\pi}\left[(2-3\alpha)\frac{1}{\rho^3} - 3(1-\alpha)\frac{x_2^2+\xi_3^2}{\rho^5} + 15\alpha\frac{x_2^2\xi_3^2}{\rho^7}\right],$$

$$P_{33} = \frac{\mu}{\pi}\left[-\alpha\frac{1}{\rho^3} - 6\alpha\frac{\xi_3^2}{\rho^5} + 15\alpha\frac{\xi_3^4}{\rho^7}\right],$$

$$P_{23} = \frac{\mu}{\pi}\left[3\alpha\frac{x_2\xi_3}{\rho^5} - 15\alpha\frac{x_2\xi_3^3}{\rho^7}\right],$$

$$P_{31} = \frac{\mu}{\pi}\left[3\alpha\frac{x_1\xi_3}{\rho^5} - 15\alpha\frac{x_1\xi_3^3}{\rho^7}\right], \qquad (19)$$

$$P_{12} = \frac{\mu}{\pi}\left[-3(1-\alpha)\frac{x_1 x_2}{\rho^5} + 15\alpha\frac{x_1 x_2\xi_3^2}{\rho^7}\right],$$

где $\rho = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$ и, для простоты вычисления $\xi_1 = \xi_2 = x_3 = 0$.

После нахождения Фурье-преобразования $\overline{P_{kl}}$, подстановки в (17) и обратного Фурье-преобразование можно получить выражения для определения компонент вектора Галеркина Γ_{kl}.

Подставив выражения тензора Грина W_{kl}^m в уравнение

$$u_m(Q) = \iint\limits_{\Sigma} \Delta u_k(P) W_{kl}^m(P,Q)\upsilon_l(P) d\Sigma \qquad (20)$$

и проинтегрировав это уравнение поверхности дислокации Σ, можно получить выражения для полей смещений, деформаций и наклонов на поверхности полупространства на плоскости $x_3 = 0$, вызванных возникновением в полупространстве поверхности упругой дислокации.

В общем случае интегрирование уравнения (20) представляет собой неразрешимую задачу, так как интеграл (20) зависит от поверхности дислокации Σ, которая может принимать самые разнообразные формы. Для интегрирования уравнения (20) необходимо определить размеры и форму поверхности дислокации, что даёт возможность получить уравнения, пригодные к вычислениям и связывающие поля смещений, деформаций и наклонов с параметрами очага землетрясения.

Литература

1. Ландау Л.Д. Лифшиц Е.М. Теория упругости. М. Наука 1965 г.
2. Maruyama T. Statical elastic dislocation in an infinite and semi-infinite medium. Bull. Earthquake Research Institute v. 42. 1964.
3. Volterra V. sur l'equilibre des corp elastiques multiplement connexes. Ann. Sci. Ecole Norm. Super., Paris 24, 1907
4.Steketee I.A. On Volterra's dislocations in a semi-infinite elastic medium. Can.I. Phys.36,1958
5. К.З. Картвелишвили, Д.К. Картвелишвили. Деформационная энергия земной коры, высвобождаемая при сильных землетрясениях . Труды Ин-та геофизики АН Грузии.-2004,-т. 58,-с.3-6.
6. К.З. Картвелишвили Д.К. Картвелишвили. Остаточные наклоны поверхности Земли при некоторых близкихземлетрясениях . Труды Ин-та геофизики АН Грузии, -2004,-т. 58,-с. 7-11.

7. К.З. Картвелишвили Д.К. ,Картвелишвили. Остаточные смещения, деформации и наклоны поверхности Земли, связанные с сильными землетрясениями . Труды Ин-та геофизики АН Грузии,-2004,-т. 58,-с.12-20.
8. K.Z.Kartvelishvili, D.K. Kartvelishvili.The Residual Displacements, Strains and Tilts from Paravani Earthquake// JGGS. Issue A. Physics of Solid Earth.-2004 (2005). -v. 9.-pp. 46-50.
9. Karlo Z. Kartvelishvili, Investigation of Deformational Processes in Tbilisi Underground Earth-Tidal Laboratory // JGGS. –Issue B. Physics of Atmosphere, Ocean and Space Plasma. -2010. –v. 14. –pp.197-203.
10. Картвелишвили К.З., Картвелишвили Г. Д., Николайшвили М.М. Изучения приливных деформаций Земли в Тбилиси. Труды Ин-та геофизики им. М.нодиа.- 2016, т. 66,с-246-253.

დისლოკაციის თეორიის გამოყენება დედამიწაში მიმდინარე ნახტომისებური დეფორმაციული პროცესების კვლევებში

ქართველიშვილი კ.

რეზიუმე

ძლიერი მიწისძვრებით გამოწვეული ნარჩენი გადაადგილებების, დეფორმაციების და დახრების გამოსათვლელად გამოყენებულია სტეკეტის, ჩინერის და მარუამის მიერ შემოთავაზებილი რღვევების დილოკაციის თეორია. ერთგვაროვანი ნახევარსფეროს ვოლტერას დისლოკაციის ვერტიკალური და ჰორიზონტალური გადაადგილებების გამოსაკვლევად გამოყენებულია მარუამის განტოლებები. დისლოკაციის ზედაპირად მიღებულია მართკუთხა სიბრტყე.
მოცემულია ანალიტიკური გამოსახულებები რღვევების ორივე strike-slip და dip-slip მოდელისთვის.

Приложения теорий дислокаций в исследованиях скачкообразных деформационных процессов, происходящих в Земле.

Картвелишвили К.З.

Реферат

Для определения скачкообразных смещений деформаций и наклонов, вызванных сильными землетрясениями, используются методы упругой теории дислокаций, предложенные Стекетиб Чинери и Маруиама, В случае дислокаций Вольтера однородной полусферы. Для исследования вертикальных и горизонтальных перемещении используются уравнения Маруиами, где принято, что поверхностью дислокации является прямоугольная поверхность.
В работе приведены аналитические выражения для обеих (strike-slip и dip-slip) моделей.

Some aspects of dislocation theory for study residual deformation processes in the earth

Kartvelishvili K.

Abstract

The dislocation theory representation of faulting of Steketee, Chinnery, and Maruyama used to compute the residual displacement, strain, and tilt fields from major earthquakes. Maruyama's equations have been used to calculate both vertical and horizontal placements for a Volterra dislocation in a uniform half space. The shape of the dislocation surface assumed to be a plane rectangle.

Closed analytical expressions for the displacement field of inclined, finite strike-slip and dip-slip faults are given.